

## 1 Introduction

La maintenance a pour objet de garantir l'état de bon fonctionnement d'un bien (outil de production) et d'en assurer la disponibilité. La maintenance peut être organisée en fonction de la durée de vie résiduelle du système qui peut être déterminée sur base :

1. des modèles physiques de défaillance ;
2. de l'évolution d'indicateurs de performances : maintenance conditionnelle et prédictive ;
3. de prédictions fiabilistes : maintenance basée sur la fiabilité.

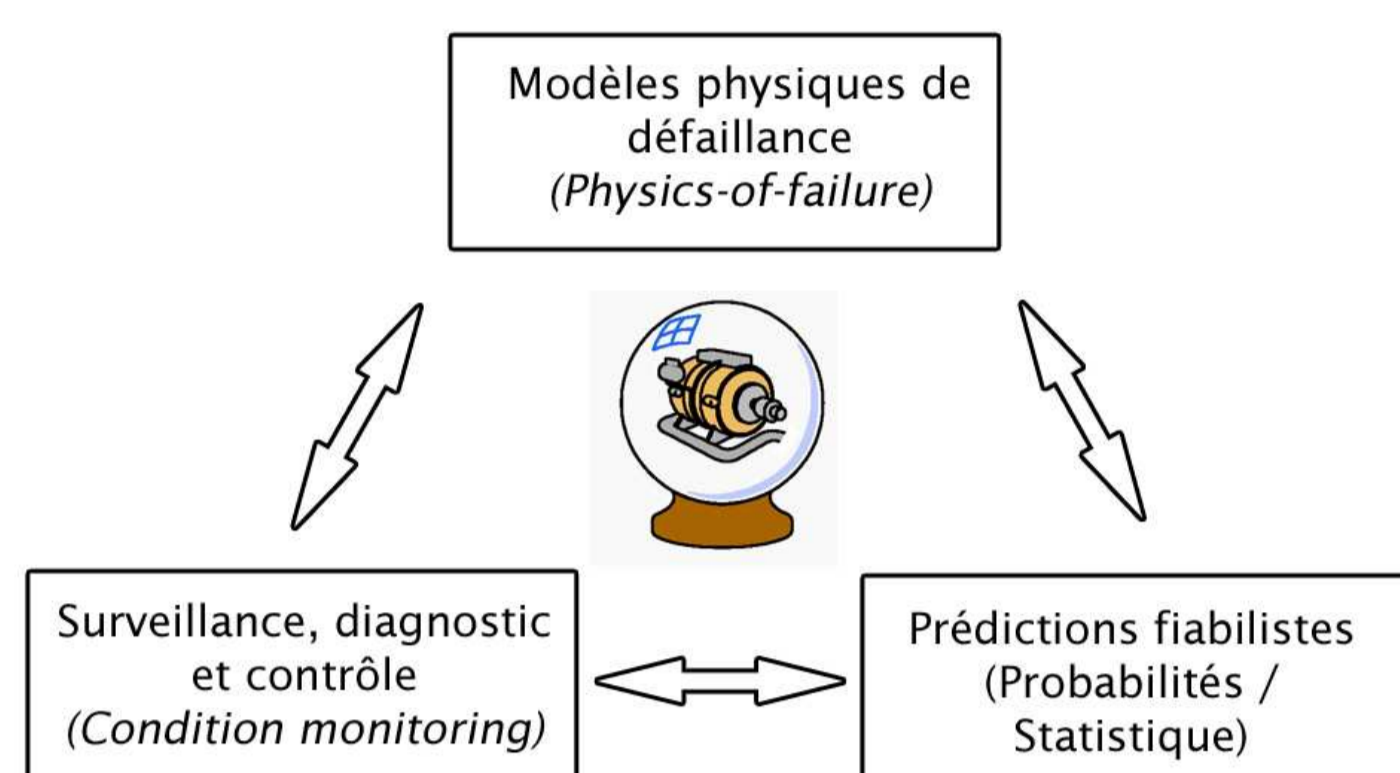


FIG. 1 – Méthodes de prédiction des défaillances

## 2 Modèles de fiabilité pour les systèmes non-réparables

La fiabilité est définie comme *la caractéristique d'un bien mesurée par la probabilité qu'il accomplisse sa fonction requise, dans des conditions données et durant un intervalle de temps donné* (NF EN 13306) :

$$R(t) = \mathbb{P}(T \geq t) \quad (1)$$

### Modèle de Weibull

Le modèle de Weibull dépend de deux paramètres :  $\beta$  est le paramètre de forme,  $\eta$  est le paramètre d'échelle. En fonction de  $\beta$ , la fonction de risque est décroissante ( $\beta < 1$ ), constante ( $\beta = 1$ ) et croissante ( $\beta > 1$ ). La loi de Weibull permet de modéliser les périodes de jeunesse, maturité et de vieillesse.

La fonction de fiabilité a pour expression :

$$R(t) = \exp \left[ - \left( \frac{t}{\eta} \right)^\beta \right]$$

La fonction de risque a pour expression :

$$h(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1}$$

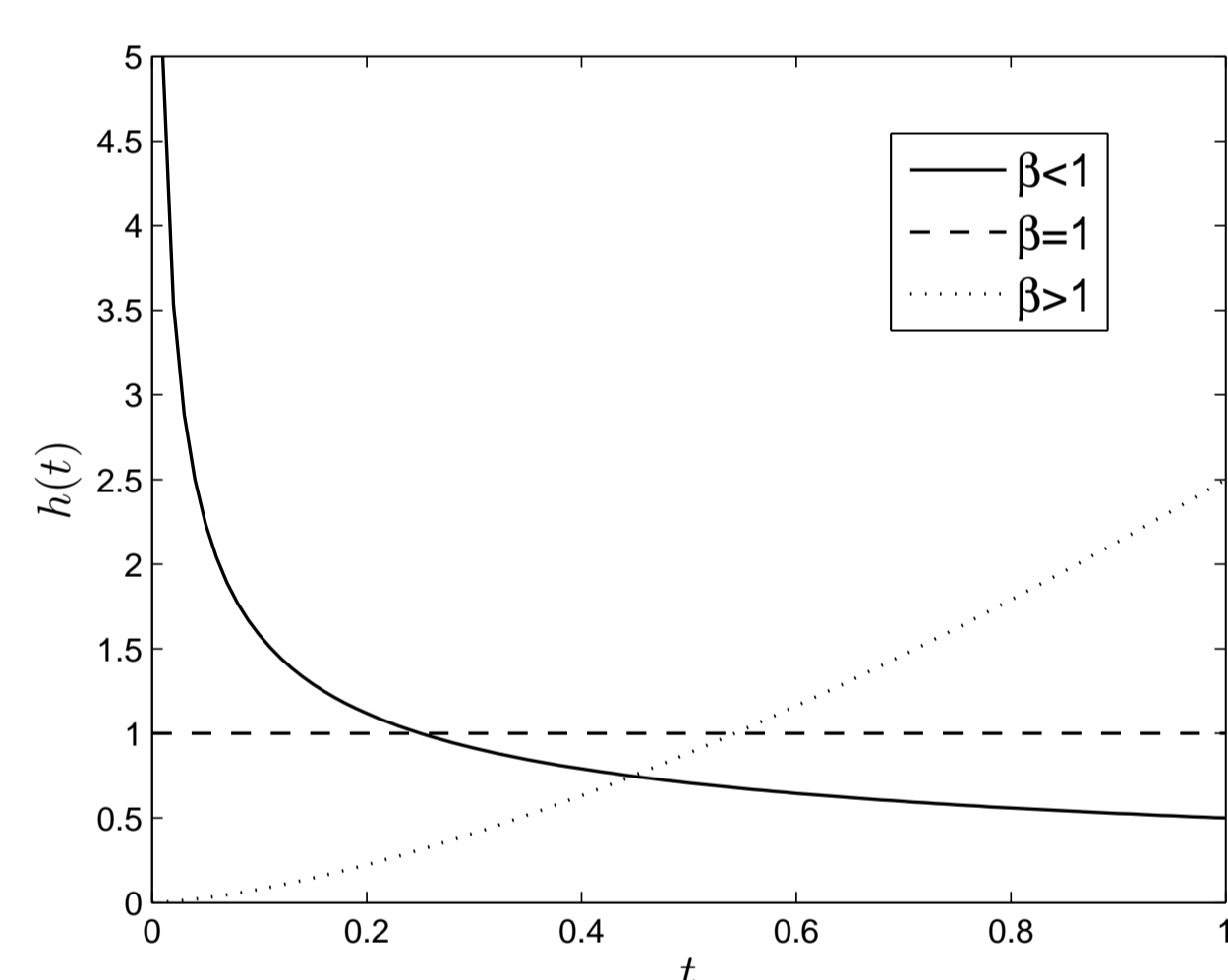


FIG. 2 – Fonction de risque de la loi de Weibull

### Modèle log-normal

Le modèle log-normal est utilisé pour modéliser la fiabilité des systèmes mécaniques soumis à la fatigue. Il dépend de deux paramètres :  $\mu$  est le paramètre de localisation et  $\sigma$  est le paramètre d'échelle. La fonction de fiabilité du modèle log-normal est :

$$R(t) = 1 - \Phi_{\text{nor}} \left( \frac{\ln(t) - \mu}{\sigma} \right) \quad (2)$$

où  $\Phi_{\text{nor}}$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

## 3 Modèles de fiabilité pour les systèmes réparables

Vu d'une manière globale, l'évolution d'un système réparable est une succession de défaillances et réparations. L'état du système après une réparation va dépendre de l'efficacité de l'intervention de maintenance. Le facteur d'amélioration  $\rho$  permet de prendre en compte l'efficacité de la maintenance qui peut être :

- minimale si l'état du système après réparation est le même que celui avant réparation :  $\rho = 0$  ;
- parfaite si la maintenance remet le système à neuf :  $\rho = 1$  ;
- nuisible si l'état du système après réparation est moins bien qu'avant réparation  $\rho < 0$  ;
- efficace si le système est remis dans un état mieux qu'avant réparation mais moins bien que neuf :  $\rho \in [0, 1[$  ;
- améliorative si l'état du système après une réparation est mieux que neuf :  $\rho > 1$ .

L'efficacité des opérations de maintenance va déterminer l'évolution de la fonction d'intensité  $\lambda$ .

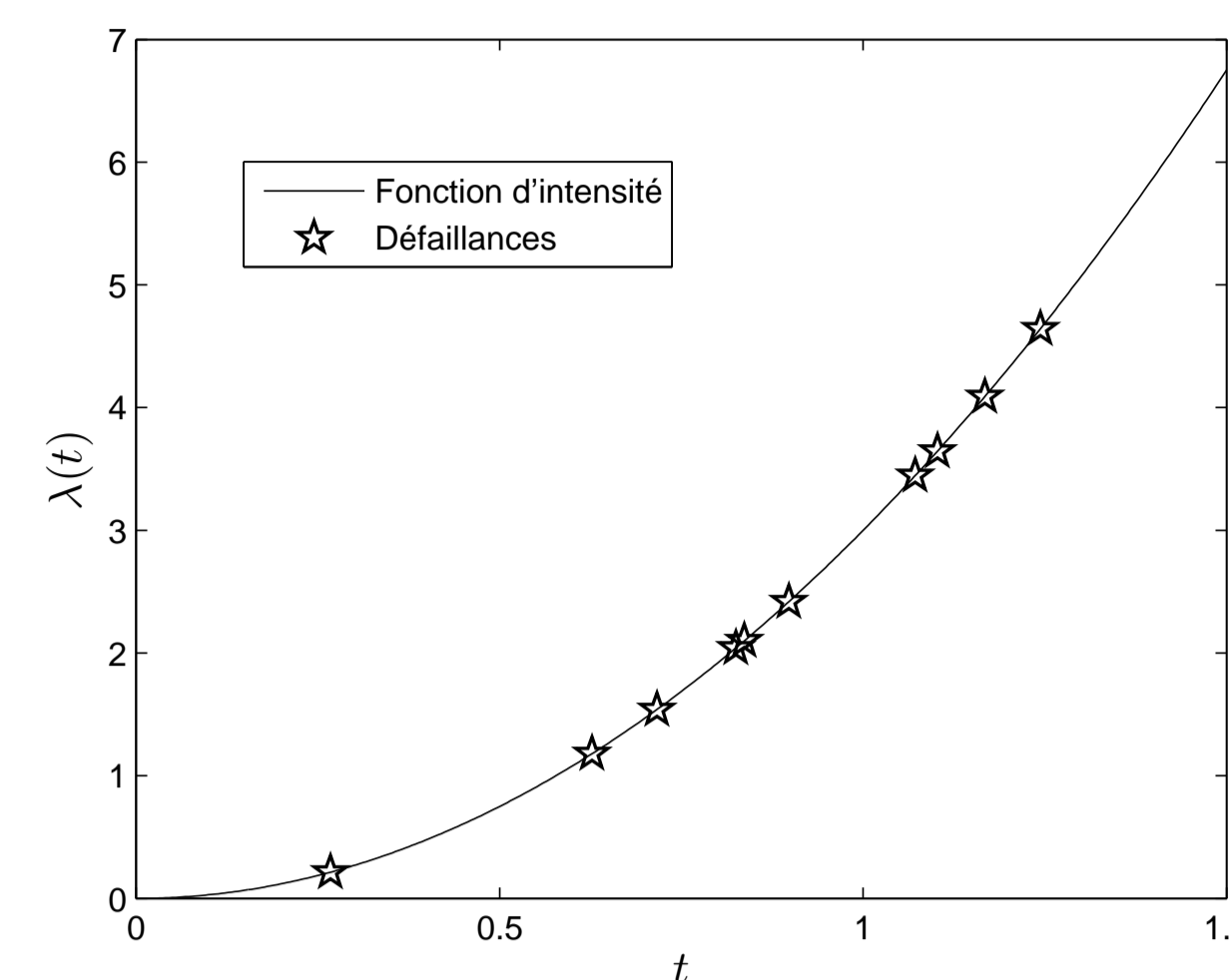


FIG. 3 – Maintenance ABAO

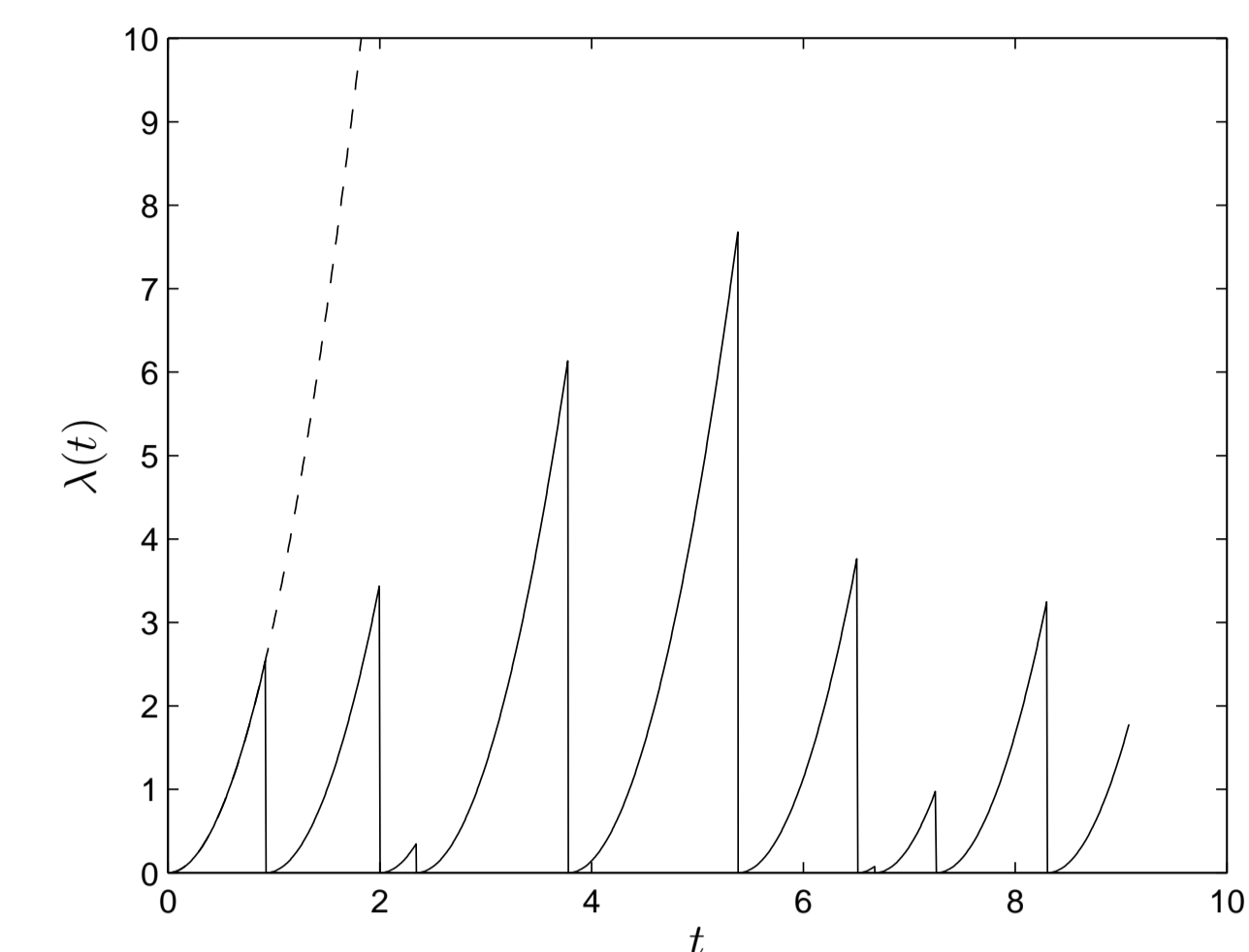


FIG. 4 – Maintenance AGAN

### Modèle à réduction arithmétique de l'âge ARA

La fonction d'intensité du modèle à réduction arithmétique de l'âge a pour expression :

$$\lambda_t = \lambda \left( t - \rho \sum_{j=1}^{\min(N_i-1, m-1)} (1 - \rho)^j T_{N_i-j} \right) = \lambda(t - g) \quad (3)$$

où  $m$  est le nombre maximal d'instant de défaillance précédents considérés.

La loi de fiabilité relative au modèle de Weibull dans l'intervalle  $[T_{i-1}, T_i[$  est déterminée par :

$$R(T_{i-1}, T_i) = \exp \left[ \left( \frac{T_{i-1} - g}{\eta} \right)^\beta - \left( \frac{t + T_{i-1} - g}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (4)$$

## 4 Modèles de fiabilité pour les systèmes soumis à une charge variable

La théorie des tests accélérés fournit un cadre de référence pour caractériser la fiabilité des systèmes soumis à une charge variable. Cette méthodologie repose sur deux hypothèses :

1. Pour deux niveaux de sollicitation donnés, le rapport entre les temps de défaillance est constant quelque soit le niveau de fiabilité ;
2. les temps de défaillance suivent la même distribution quel que soit le niveau de sollicitation.

Sous ces hypothèses, la loi de fiabilité en fonction de la charge a pour expression :

$$R(t) = R_{ref}(t \times A_F) \quad (5)$$

où  $R_{ref}$  est la loi de fiabilité correspondant à un niveau de sollicitation de référence et  $A_F$  est le facteur d'accélération.

### Exemple : fatigue volumique

Dans le cas de la fatigue volumique la zone d'endurance limitée est caractérisée par la loi de Wöhler :

$$\frac{N}{N_D} = \left( \frac{\sigma_D}{\sigma} \right)^b \quad (6)$$

où  $N$  est le nombre de cycles associés à la contrainte alternée  $\sigma_a$ ,  $\sigma_D$  est la limite d'endurance,  $N_D$  est le nombre de cycles associés à  $\sigma_D$  et l'exposant  $b$  est un paramètre caractéristique du matériau.

Si nous prenons comme sollicitation de référence  $\sigma_D$ , le facteur d'accélération devient :

$$A_F = \frac{N_D}{N} = \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_D} \right)^b \quad (7)$$

On peut démontrer que la loi de fiabilité qui correspond au mieux au modèle de fatigue volumique est la loi log-normale :

$$R(t) = \Phi_{\text{nor}} \left( \frac{\ln(N) - [\mu + b \ln(\sigma_D) - b \ln(\sigma_a)]}{\sigma} \right) \quad (8)$$

La figure 5 montre comment évolue la loi de fiabilité en fonction de la contrainte  $\sigma_a$ .

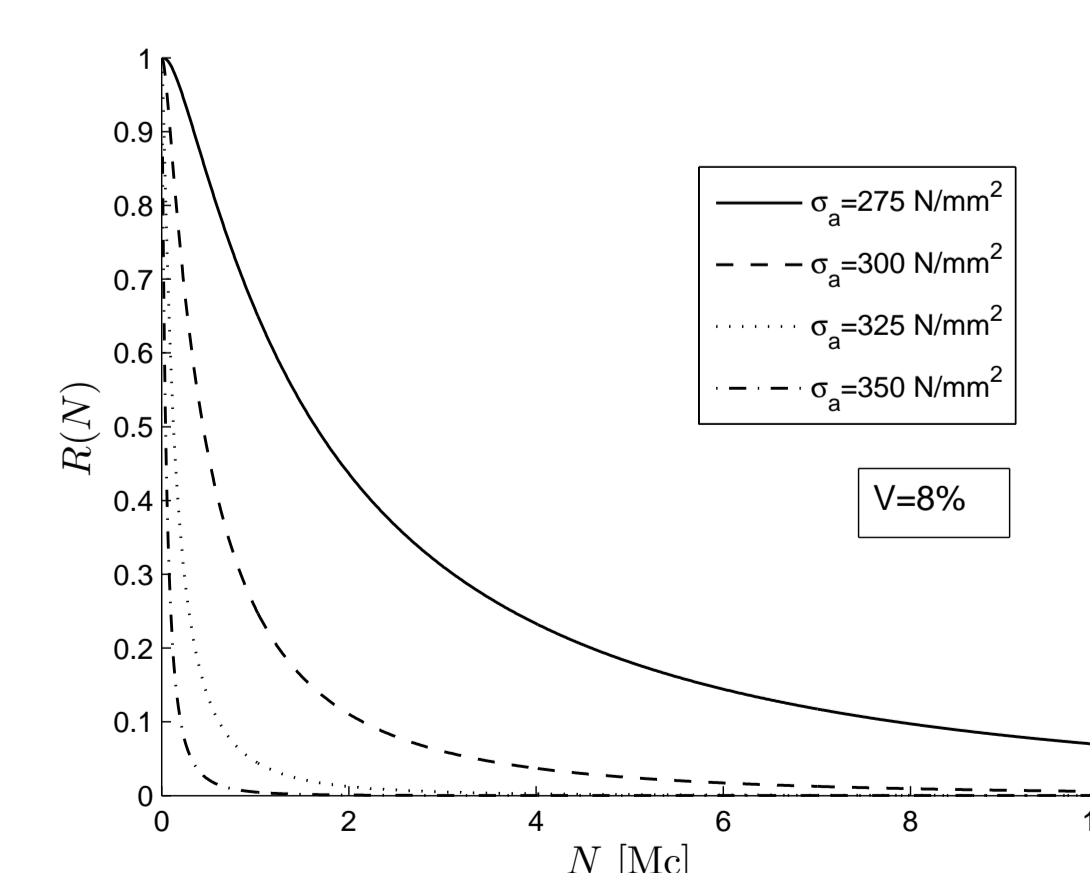


FIG. 5 – Évolution de la loi de fiabilité en fonction de la contrainte